

Dritte Sitzung

Exkurs: Relevanzlogiken

Das klassische Kriterium für das Vorliegen logischer Folgerung ist die Wahrheitsvererbung.

Demnach folgt eine Satzform A genau dann aussagenlogisch aus einer Menge M von Satzformen, falls A in allen Fällen mit "Wahr" bewertet wird, in denen auch jede Satzform aus M mit "Wahr" bewertet wird.

Beispiel:

" $(p_2 \vee p_1)$ " folgt aus $\{p_1, (\neg p_2 \rightarrow \neg p_1)\}$

" p_1 " folgt nicht aus $\{(p_2 \vee p_1), (\neg p_2 \rightarrow \neg p_1)\}$

p_1	p_2	p_1	$(\neg p_2 \rightarrow \neg p_1)$	$(p_2 \vee p_1)$
W	W	W	W	W
W	F	W	F	W
F	W	F	W	W
F	F	F	W	F

Der klassische Folgerungsbegriff ist nun dahingehend kritisiert worden, dass er zu weit sei: Er zeichne Schlüsse als logisch gültig aus, die intuitiv betrachtet ungültig sind.

So ist beispielsweise nach der klassischen
Auffassung der folgende Schluss gültig:

Licht verhält sich wie eine Welle und

Licht verhält sich nicht wie eine Welle.

Elvis war am Ende seiner Karriere recht
aufgeschwemmt.

p1: Licht verhält sich wie eine Welle.

p2: Elvis war am Ende seiner Karriere recht
aufgeschwemmt.

<u>p₁</u>	<u>p₂</u>	<u>(p₁ ∧ ¬p₁)</u>	<u>p₂</u>
W	W	F	W
W	F	F	F
F	W	F	W
F	F	F	F

Was hat jedoch das (vorgeblich) widersprüchliche Verhalten von Licht mit dem körperlichen Zustand von Elvis zu tun? Die Prämisse scheint die Konklusion nicht zu stützen - sie scheint für sie in keiner Weise *relevant* zu sein.

Der klassischen Auffassung von logischer Folgerung zufolge scheinen also Schlüsse als gültig ausgezeichnet zu werden, deren Prämissen für die Konklusion nicht relevant sind.

Im dichten Zusammenhang hiermit steht die Kritik an der klassischen Auffassung der Wahrheitsbedingungen eines Wenn-dann-Satzes, derzufolge ein Satz der Form " $A \rightarrow B$ " genau dann wahr ist, wenn "A" falsch oder "B" wahr ist.

Dies hat die so genannten "Paradoxien der Implikation" zur Folge: Alle Sätze der Form

- (1) $(\neg A \wedge A) \rightarrow B$
- (2) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
- (3) $A \rightarrow (B \vee \neg B)$
- (4) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

sind logisch wahre Sätze. Sie scheinen unsere intuitive Auffassung von logisch wahren Wenn-dann-Sätzen jedoch nicht zu erfüllen.

"Wenn Licht sich wie und nicht wie eine Welle verhält, dann verunglückte Buddy Holly tödlich."

p1: Licht verhält sich wie eine Welle.
p2: Buddy Holly verunglückte tödlich.

<u>p₁</u>	<u>p₂</u>		<u>((p₁ ∧ ¬p₁) → p₂)</u>
W	W		F W W
W	F		F W F
F	W		F W W
F	F		F W F

Es ist daher gefordert worden (u.a. von A. Anderson und N. Belnap), dass

zwischen den Prämissen und der Konklusion eines Schlusses (bzw. zwischen dem Antezedens und dem Konsequens eines Konditionals) ein inhaltlicher Zusammenhang bzw. Relevanz bestehen müsse.

Wahrheitsvererbung allein reiche nicht aus.

Diesen "inhaltlichen Zusammenhang" so zu fassen, dass er für eine brauchbare Definition logischer Folgerung tauglich ist, hat sich jedoch als äußerst schwierig erwiesen.

Eine Möglichkeit besteht z.B. darin, zu fordern (bzw. dafür zu sorgen), dass Prämissen und Konklusion eines gültigen aussagenlogischen Schlusses bzw. Antezedens und Konsequens eines logisch wahren Wenn-dann-Satzes mindestens einen Satzbuchstaben gemeinsam haben.

Die oben angeführten Negativbeispiele würden somit aus der Klasse der gültigen Schlüsse bzw. logisch wahren Sätze herausfallen.

Mit der 'semantischen' Kritik an dem klassischen Folgerungsbegriff muss eine 'syntaktische' Kritik an den Ableitungsregeln einhergehen, da es mit Hilfe von elementaren und intuitiv gültigen Schlussregeln möglich ist, Satzformen aus anderen Satzformen abzuleiten, die in keinem relevanten Zusammenhang stehen:

Ableitung von B aus $\{A, \neg A\}$:

	1.	A	
	<u>2.</u>	$\neg A$	
	3.	$\neg A \vee B$	\vee Intro: 2
	4.	$A \rightarrow B$	\rightarrow Def: 3
	5.	B	\rightarrow Elim: 1, 4

(eine Kritik könnte z.B. an der \vee -Intro-Regel ansetzen)

Lese- und Literaturhinweise:

- Logikbuch, S. 271f.
- Read, Stephen: "Philosophie der Logik. Eine Einführung", Kap. 2
- Read, Stephen: "Relevant Logic: A Philosophical Examination of Inference"
- Anderson, Alan / Belnap, Nuel: "Entailment: The Logic of Relevance and Necessity"