

Das Fitch-System: prädikatenlogische Regeln

Universelle Spezialisierung (\forall -Elim):

$$\begin{array}{l} | \forall x S(x) \\ | \dots \\ > | S(c) \end{array}$$

Existentielle Generalisierung (\exists -Intro):

$$\begin{array}{l} | S(c) \\ | \dots \\ > | \exists x S(x) \end{array}$$

Existentielle Spezialisierung (\exists -Elim):

$$\begin{array}{l} | \exists x S(x) \\ | \dots \\ | \quad \underline{c} \quad S(c) \\ | \quad \quad | \\ | \quad \quad Q \\ > | Q \end{array}$$

wobei c nicht außerhalb des Unterbeweises vorkommt, in dem c eingeführt wurde

Universelle Generalisierung (\forall -Intro):

$$\begin{array}{l} | \dots \\ | \quad \underline{c} \\ | \quad \quad | \\ | \quad \quad \dots \\ | \quad \quad P(c) \\ > | \forall x P(x) \end{array}$$

wobei c nicht außerhalb des Unterbeweises vorkommt, in dem c eingeführt wurde

Das Fitch-System: prädikatenlogische Regeln

Universelle Spezialisierung (\forall -Elim):

$$\begin{array}{l} | \forall x S(x) \\ | \dots \\ > | S(c) \end{array}$$

Beispiele:

(B.1) $\begin{array}{l} | 1. \forall x_1 (R^1_{1x_1} \rightarrow R^1_{2x_1}) \\ | \underline{2.} R^1_{1a_1} \\ | 3. (R^1_{1a_1} \rightarrow R^1_{2a_1}) \\ | 4. R^1_{2a_1} \\ | 5. (R^1_{1a_1} \wedge R^1_{2a_1}) \end{array}$ \forall Elim: 1
 \rightarrow Elim: 2, 3
 \wedge Intro: 2, 4

(B.2) $\begin{array}{l} | 1. \forall x_1 (R^1_{1x_1} \rightarrow R^2_{1a_1x_1}) \\ | 2. R^1_{1a_1} \\ | \underline{3.} R^1_{1a_5} \\ | 4. (R^1_{1a_1} \rightarrow R^2_{1a_1a_1}) \\ | 5. (R^1_{1a_5} \rightarrow R^2_{1a_1a_5}) \\ | 6. R^2_{1a_1a_1} \\ | 7. R^2_{1a_1a_5} \\ | 8. (R^2_{1a_1a_1} \wedge R^2_{1a_1a_5}) \end{array}$ \forall Elim: 1
 \forall Elim: 1
 \rightarrow Elim: 2, 4
 \rightarrow Elim: 3, 5
 \wedge Intro: 6, 7

(B.3) $\begin{array}{l} | 1. \forall x_1 (R^1_{3x_1} \rightarrow R^1_{4x_1}) \\ | \underline{2.} R^1_{3a_1} \\ | 3. (R^1_{3a_1} \rightarrow R^1_{5a_5}) \\ | 4. R^1_{4a_5} \end{array}$ $r \forall$ Elim: 1 **f!** (nicht einheitlich)
 \rightarrow Elim: 2, 3

Existentielle Generalisierung (\exists -Intro):

$$\begin{array}{l} | S(c) \\ | \dots \\ > | \exists x S(x) \end{array}$$

Beispiele:

(B.4) $\begin{array}{l} | 1. \forall x_1 ((R^1_{1x_1} \wedge R^1_{2x_1}) \rightarrow R^1_{3x_1}) \\ | \underline{2.} (R^1_{1a_1} \wedge R^1_{2a_1}) \\ | 3. ((R^1_{1a_1} \wedge R^1_{2a_1}) \rightarrow R^1_{3a_1}) \\ | 4. R^1_{3a_1} \\ | 5. (R^1_{3a_1} \vee R^1_{4a_1}) \\ | 6. \exists x_1 (R^1_{3x_1} \vee R^1_{4x_1}) \end{array}$ \forall Elim: 1
 \rightarrow Elim: 2, 3
 \vee Intro: 4
 \exists Intro: 5

(B.5) | 1. $R_1 a_1 a_2$
 | 2. $\exists x_1 R^2_{1a_1 x_1}$ \exists Intro: 2
 | 3. $\exists x_2 \exists x_1 R^2_{1x_2 x_1}$ \exists Intro: 3

(B.6) | 1. $R^2_{1a_1 a_1}$
 | 2. $\exists x_1 R^2_{1a_1 x_1}$ \exists Intro: 1

(B.7) | 1. $R^2_{1a_1 a_2}$
 | 2. $\exists x_1 R^2_{1x_1 x_1}$ $r \exists$ Intro: 1 **f!**

Existentielle Spezialisierung (\exists -Elim):

| $\exists x S(x)$
 | ...
 | | c $S(c)$
 | | | Q
 > | Q

wobei c nicht außerhalb des Unterbeweises vorkommt, in dem c eingeführt wurde

(B.8) | 1. $\exists x_1 (R^1_{1x_1} \wedge R^1_{2x_1})$
 | 2. $\forall x_1 (R^1_{2x_1} \rightarrow R^1_{5x_1})$
 | | 3. a_1 $(R^1_{1a_1} \wedge R^1_{2a_1})$
 | | | 4. $R^1_{2a_1}$ \wedge Elim: 3
 | | | 5. $(R^1_{2a_1} \rightarrow R^1_{5a_1})$ \forall Elim: 2
 | | | 6. $R^1_{5a_1}$ \rightarrow Elim: 4, 5
 | | | 7. $R^1_{1a_1}$ \wedge Elim: 3
 | | | 8. $(R^1_{1a_1} \wedge R^1_{5a_1})$ \wedge Intro: 7, 6
 | | | 9. $\exists x_1 (R^1_{1x_1} \wedge R^1_{5x_1})$ \exists Intro: 8
 | 10. $\exists x_1 (R^1_{1x_1} \wedge R^1_{5x_1})$ \exists Elim: 1, 3-9

(B.9) | 1. $\exists x_1 (R^1_{1x_1} \wedge R^1_{2x_1})$
 | 2. $(R^1_{2a_1} \rightarrow R^1_{3a_1})$
 | | 3. a_1 $(R^1_{1a_1} \wedge R^1_{2a_1})$ **f!** " a_1 " kommt bereits in (2.) vor
 | | | 4. $R^1_{2a_1}$ \wedge Elim: 3
 | | | 5. $R^1_{3a_1}$ \rightarrow Elim: 4, 2
 | | | 6. $R^1_{1a_1}$ \wedge Elim: 3
 | | | 7. $(R^1_{1a_1} \wedge R^1_{3a_1})$ \wedge Intro: 6, 5
 | | | 8. $\exists x_1 (R^1_{1x_1} \wedge R^1_{3x_1})$ \exists Intro: 7
 | 9. $\exists x_1 (R^1_{1x_1} \wedge R^1_{3x_1})$ $r \exists$ Elim: 1, 3-8 **f!**

(B.10) | 1. $\exists x_1 (R^1_{1x_1} \wedge R^1_{2x_1})$
 | 2. $(R^1_{2a_1} \rightarrow R^1_{3a_1})$
 | | 3. a_2 $(R^1_{1a_2} \wedge R^1_{2a_2})$
 | | | 4. $R^1_{2a_2}$ \wedge Elim: 3
 | | | 5. $\exists x_1 R^1_{2x_1}$ \exists Intro: 4
 | 6. $\exists x_1 R^1_{2x_1}$ \exists Elim: 1, 3-5

Universelle Generalisierung (" -Intro):

$$\begin{array}{l}
 | \dots \\
 | \quad | \underline{c} \\
 | \quad | \dots \\
 | \quad | P(c) \\
 > | \forall x P(x)
 \end{array}$$

wobei c nicht außerhalb des Unterbeweises vorkommt, in dem c eingeführt wurde

Beispiele:

(B.11) | 1. $\forall x_1 (R^1_{1x_1} \rightarrow R^1_{2x_1})$
| 2. $\forall x_1 (R^1_{2x_1} \rightarrow R^1_{3x_1})$
| | 3. a_1
| | 4. $(R^1_{1a_1} \rightarrow R^1_{2a_1})$ \forall Elim: 1
| | 5. $(R^1_{2a_1} \rightarrow R^1_{3a_1})$ \forall Elim: 2
| | | 6. $R^1_{1a_1}$
| | | 7. $R^1_{2a_1}$ \rightarrow Elim: 6, 4
| | | 8. $R^1_{3a_1}$ \rightarrow Elim: 7, 5
| | 9. $(R^1_{1a_1} \rightarrow R^1_{3a_1})$ \rightarrow Intro: 6-8
| 10. $\forall x_1 (R^1_{1x_1} \rightarrow R^1_{3x_1})$ \forall Intro: 3-9

(B.12) | 1. $\forall x_1 (R^2_{1x_1 a_1} \rightarrow R^1_{1x_1})$
| 2. $\forall x_1 R^2_{1x_1 a_1}$
| | 3. a_5
| | 4. $R^2_{1a_5 a_1}$ \forall Elim: 2
| | 5. $(R^2_{1a_5 a_1} \rightarrow R^1_{1a_5})$ \forall Elim: 1
| | 6. $R^1_{1a_5}$ \rightarrow Elim: 4, 5
| 7. $\forall x_1 R^1_{1x_1}$ \forall Intro: 3-6