Janine Reinert
reinert@phil-fak.uni-duesseldorf.de

Arbeitsbogen zu den Sitzungen am 11./18.03.2010

I. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch?

1) Eine Aussage ist genau dann logisch determiniert, wenn sie nicht kontingent ist.
2) Ein Schluss ist ungültig, wenn es keine Zeile in seiner Wahrheitstafel gibt, in der die Konklusion bei wahren Prämissen falsch ist.
3) Eine Aussage ist genau dann kontingent, wenn keine Zeile ihrer Wahrheitstafel sie falsch macht.
4) Die Negation einer logisch wahren Aussage ist eine Kontradiktion.
5) Ist eine Aussage logisch falsch, dann ist sie logisch determiniert.
6) Ein Argument mit einer logisch falschen Prämisse ist ungültig.
7) Jeder gültige Schluss lässt sich in unserem Kalkül des natürlichen Schließens **S** beweisen.
8) Ein logisches System ist genau dann korrekt, wenn es sich bei jeder Ableitung um einen gültigen Schluss handelt.

II. Sind folgende Zeichenketten wohlgeformt? Wenn ja, so zeichnen Sie den entsprechenden Strukturbaum. Wenn nein, dann markieren sie alle Fehler durch unterstreichen. (Die Klammernersparnisregel für äußere Klammern soll dabei gelten).

a) $\neg p\vee q\rightarrow r\vee\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg p$
b) $(q\rightarrow s)\vee\neg(a\vee\neg t_2)$
c) $((p\leftrightarrow r))\wedge\neg s$
d) $(t\wedge\neg t)\wedge\neg(t_1\wedge t_2)$
e) $\forall x(\exists y(Bcx\wedge Rya)\rightarrow Rxy)$
f) $\exists zFz\wedge\neg\exists zGz$
g) $R^2ab\rightarrow\exists x\forall y(\forall xFy\rightarrow\exists bGbxy)$
h) $P^4abcd\wedge\exists xF^2x$

III: Erstellen Sie Wahrheitstafeln für folgende Schlüsse/ Aussagen bzw. Schemata:

a) $(p\vee\neg r)\rightarrow((p\vee q)\wedge(p\vee\neg q))$
b) $A\rightarrow C \therefore (A\wedge B)\rightarrow(C\wedge B)$
c) $r, s, t \therefore (\neg t\rightarrow r)\vee(\neg r\vee s)$
d) $\neg((A\wedge B)\vee(C\rightarrow B)) \therefore (\neg A\vee\neg B)\wedge(C\wedge\neg B)$

IV: Überprüfen Sie folgende Schlüsse/ Aussagen bzw. Schemata per *reductio ad absurdum*-Methode:

a) $(p\vee\neg p)\rightarrow(((r\wedge\neg r)\vee(q\rightarrow p))\leftrightarrow((p\wedge s)\vee(\neg p\rightarrow\neg q)))$
b*) $((q\rightarrow s)\wedge\neg\neg\neg r)\vee\neg(r\leftrightarrow s) \therefore (q\wedge r)\wedge s$
c*) $\neg((r\wedge p)\vee(r\wedge\neg p))$
d*) $\neg\neg(((p\leftrightarrow\neg q)\rightarrow(t\vee\neg p))\vee((t\vee\neg p)\rightarrow(p\leftrightarrow\neg q)))$
e*) $\neg A\wedge\neg\neg B, \neg(C\wedge D), E, \neg(\neg F\rightarrow A) \therefore (A\vee E)\rightarrow(\neg F\wedge(\neg C\vee\neg D))$

V: Repräsentieren Sie folgende Argumente/ Aussagen:

a) aussagenlogisch:

(i) Olga und Olaf studieren Philosophie. Olga mag ihr Studium, wenn Logikseminare angeboten werden, aber Olaf mag sein Studium nur dann nicht, wenn keine Logikseminare angeboten werden. Es werden Logikseminare angeboten, es sei denn, die Dozenten haben keine Lust dazu, Logikseminare anzubieten. Also mögen Olga und Olaf ihr Studium genau dann nicht, wenn die Dozenten keine Lust dazu haben, Logikseminare anzubieten.

(ii) Wenn Peter demonstrieren geht, geht auch Judith demonstrieren, allerdings nur, wenn es nicht regnet oder schneit. Geht Judith demonstrieren, so bleibt ihr Hund allein zu Haus und verwüstet die Einrichtung. Nur wenn der Hund die Einrichtung verwüstet geht also Peter demonstrieren, oder aber es regnet oder schneit.

b) prädkatenlogisch (nach Bedarf unter Verwendung der gebundenen Ort-/Zeitvariablen s und t):

1) Wenn alle Brünnlein fließen, so muss man trinken.
2) Nur das Schnabeltier und der Ameisenigel sind eierlegende Säugetiere.
3) Traktoren mit Anhänger fahren langsamer als LKWs ohne Anhänger.
4*) Wenn Peter der Bruder von Hans und Oliver ist, dann ist jede Tochter von Hans Peters Nichte.
5) Wenn alle Säugetiere Instinktwesen sind und der Mensch ein Säugetier ist, dann ist der Mensch ein Instinktwesen.
6) Viele Menschen sind oftmals unhöflich.
7*) Gott ist immer überall anwesend.
8) Ich bin jetzt hier, aber du bist niemals überall.

VI: Beweisen Sie folgende Schlüsse/ Theoreme in unserem Kalkül des natürlichen Schließens S:

a) $p\rightarrow(p\rightarrow q) \therefore p\rightarrow q$
b) $p\rightarrow(p\rightarrow q) \therefore \neg q\rightarrow\neg p$
c) $\varnothing \therefore \neg(q\vee r)\rightarrow\neg((q\wedge\neg r)\vee(\neg q\wedge r))$
d) $\neg(p\wedge\neg q) \therefore ((\neg q\wedge r)\rightarrow\neg p)\wedge(p\rightarrow(q\vee\neg r))$
e) $\exists x(Fx\wedge Gx)\vee\exists x(Fx\wedge\neg Gx) \therefore \exists xFx$
f) $\forall x(Mx\rightarrow\neg Px), \forall x(Sx\rightarrow Mx) \therefore \exists xSx\rightarrow\exists x(Sx\wedge\neg Px)$
g) $\neg\exists x(Fx\wedge\neg Gx) \therefore \exists x(Fx\wedge Gx)$
h) $\exists xFx \therefore \exists x(Fx\wedge Gx)\vee\exists x(Fx\wedge\neg Gx)$